

# 弦上驻波实验

雷逸鸣

## 1 弦线的线密度测量

实验弦直径:  $d_e = 1.091mm$

样品线直径:  $d_c = 1.058mm$

直径相近,  $\frac{\Delta d}{d} = 3.1\%$ .

可以使用样品弦的线密度参数近似认为是试验弦的参数。

样品弦长度:  $L = 775.0mm$

样品弦质量:  $m = 4.57g$

线密度:  $\mu = \frac{m}{L} = 5.90 \times 10^{-3} kg \cdot m^{-1}$

## 2 f-N 关系

### 2.1 基本参数:

实验弦长度:  $L = 60.0cm$

砝码质量:  $M = 1.00kg$

重力加速度:  $g = 9.801m/s^2$

弦上张力:  $T = 3Mg = 29.4N$

表 1 共振频率随驻波波腹个数变化关系数据

| N | $f_c/Hz$ | $f_e/Hz$ | $\Delta f/f$ | $v_c/(m/s)$ | $v_e/(m/s)$ | $\Delta v/v$ |
|---|----------|----------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| 1 | 58.8     | 62.8     | 6.4%         | 70.6        | 75.36       | 6.3%         |
| 2 | 117.7    | 127.4    | 7.6%         | 70.6        | 76.44       | 7.6%         |
| 3 | 176.5    | 189.9    | 7.1%         | 70.6        | 75.96       | 7.1%         |
| 4 | 235.3    | 253.9    | 7.3%         | 70.6        | 76.17       | 7.3%         |
| 5 | 294.1    | 324.9    | 9.4%         | 70.6        | 78.0        | 9.4%         |

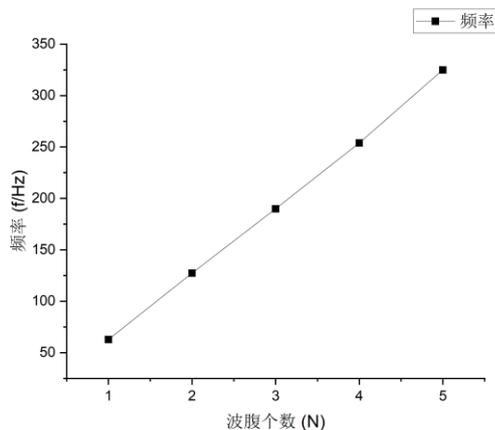


图 1 共振频率随驻波波腹个数变化关系

### 2.2 理论公式:

上述数据处理中, 共振频率理论公式:

$$f_c = \frac{N}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

波速理论公式:

$$v_c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

实验波速公式:

$$v_e = \frac{2L}{N} f_e$$

### 2.3 实验现象:

在实验中, 当调节 driver 输出频率使之逐渐接近共振频率时, 可以观察到弦线振幅逐渐增大, 到最大值时开始敲打 driver 和 detector。同时, 我们会观测到弦线出现倍频的现象, 即在一个驱动器为基频时, 发现弦线出现两个波腹。

在实验中, 我们观察到以不同的方向改变频率, 测得的共振频率略有不同, 对此现象, 我们认为这是由于在弦线达到受迫振动振幅极大值时, 此时的弦线振幅不再满足小振幅条件, 因而会因不同方向趋近共振频率时测得不同的频率值。

在找到共振频率所处的范围时, 可以将信号源电压峰峰值调小, 进而更精细的测量共振频率。

根据所测数据,  $f$  与  $N$  满足线性关系。

## 3 f-T 关系

### 3.1 基本参数:

实验弦长度:  $L = 60.0cm$

砝码质量:  $M = 1.00kg$

重力加速度:  $g = 9.801m/s^2$

弦上张力:  $T = k \cdot Mg$  ( $k$  为整数)

表 2 共振频率随弦上张力变化关系数据

| T/N  | $f_c$ /Hz | $f_e$ /Hz | $\Delta f/f$ | $\ln f_e$ | $\ln T$ |
|------|-----------|-----------|--------------|-----------|---------|
| 9.80 | 34.0      | 38.0      | 10%          | 3.637     | 2.282   |
| 19.6 | 48.0      | 52.5      | 8.5%         | 3.960     | 2.976   |
| 29.4 | 58.8      | 63.1      | 6.8%         | 4.145     | 3.381   |
| 39.2 | 67.9      | 74.8      | 9.2%         | 4.315     | 3.669   |
| 49.0 | 76.0      | 83.1      | 8.6%         | 4.420     | 3.892   |

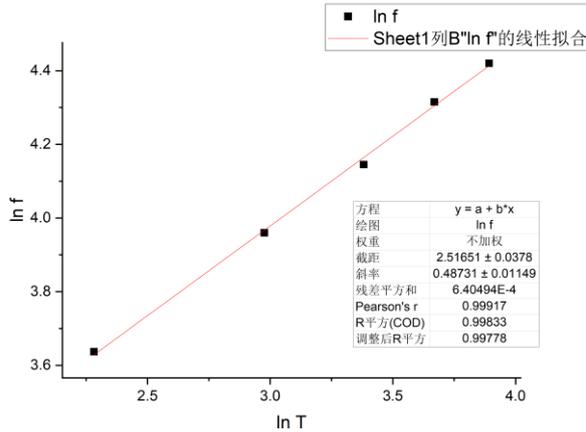


图 2 共振频率随弦上张力变化关系

## 3. 2 理论公式:

由:

$$f = \frac{N}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

变换得:

$$\ln f = \frac{1}{2} \ln T + \ln \frac{N}{2L\sqrt{\mu}}$$

将两者关系的参数记为:

$$\ln f = k \ln T + b$$

理论值:

$$k_c = 0.5$$

$$b_c = 2.38$$

将图 2 拟合数据与上式比较可知:

$$k = 0.487 \pm 0.011$$

$$b = 2.526 \pm 0.037$$

斜率理论值近似处于置信区间之内, 截距与理论值差距较大, 可能是弦线密度的测量误差较大导致的。

## 4 f-L 关系

## 4. 1 基本参数:

波腹个数:  $N = 1$ 砝码质量:  $M = 1.00kg$ 重力加速度:  $g = 9.801m/s^2$ 弦上张力:  $T = 3Mg = 29.4N$ 

表 3 共振频率随有效长度变化关系数据

| L/cm | $f_c$ /Hz | $f_e$ /Hz | $\Delta f/f$ | $\ln f_e$ | $\ln L$ |
|------|-----------|-----------|--------------|-----------|---------|
| 40.0 | 88.2      | 95.7      | 7.8%         | 4.561     | 3.689   |
| 47.5 | 74.3      | 80.8      | 8.0%         | 4.392     | 3.861   |
| 55.0 | 64.2      | 69.5      | 7.6%         | 4.241     | 4.007   |
| 62.5 | 56.5      | 60.8      | 7.1%         | 4.108     | 4.135   |
| 70.0 | 50.4      | 54.8      | 8.0%         | 4.004     | 4.248   |

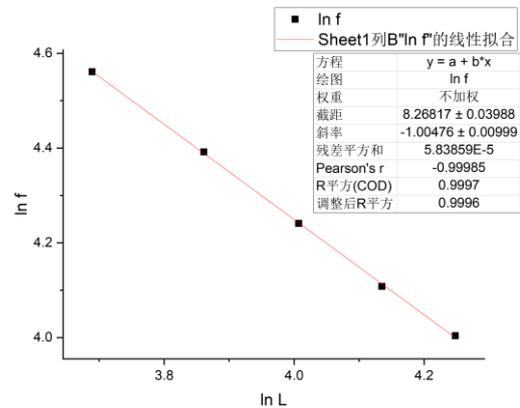


表 3 共振频率随有效长度变化关系

## 4. 2 理论公式:

由:

$$f = \frac{N}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

得到:

$$\ln f = -\ln L + \ln \frac{N\sqrt{T}}{2\sqrt{\mu}}$$

记:

$$\ln f = k \ln L + b$$

由理论计算:

$$k = -1$$

$$b = 8.27$$

由线性拟合得到:

$$k = -1.004 \pm 0.009$$

$$b = 8.268 \pm 0.039$$

实验与理论吻合度较好。

## 5 分析与讨论

1. 观察实验结果，我们可以发现实验测得的共振频率普遍较大，这主要是由于弦线密度测量误差较大引起的。弦线由于长时间处于弯曲状态，测量得到的长度相较于实际值偏小。
2. 倍频现象：我认为原因是磁性物质（driver）存在磁滞现象，在驱动磁性物质时，将其施力做傅里叶展开，倍频项系数与基频量级相近导致的。
3. 在实验过程中，共振区间对应的频率往往在一定的范之中时，在找到共振区间之后，可以将信号源电压峰峰值调小，进而更精细的测量共振频率。

姓名 雷显鸣 学号 2300011454

星期一 第 5 组

页码 01 /

实验十三. 弦上驻波实验.

1. 测量弦的线密度.

实验弦直径:  $d_e = \cancel{15.8} \cancel{15.9} \text{ mm}$   $\overset{1.091 \text{ mm}}{\underset{1.091 \text{ mm}}{1.091 \text{ mm}}}$

样品弦直径:  $d_c = \cancel{10.5} \cancel{10.6} \text{ mm}$   $\overset{1.058 \text{ mm}}{\underset{1.058 \text{ mm}}{1.058 \text{ mm}}}$   $m = 4.57 \text{ g}$

$\frac{\Delta d}{d} \approx 3.1\%$

$\mu = \frac{m}{L} = 5.90 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$

$L = 775.0 \text{ mm}$

2. 绳上张力  $F_t = 3mg = \cancel{7.801} \text{ N}$   $\cdot 29.4 \text{ N}$

$v_t = \sqrt{\frac{F_t}{\mu}} = \cancel{40.8} \text{ m/s}$   $\cdot 70.6 \text{ m/s}$

$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_t}{\mu}}$

$L_0 = 60.0 \text{ cm}$

$\lambda_1 = \frac{2L_0}{n} \Big|_{n=1} = \cancel{120.0 \text{ cm}} 1.200 \text{ m}$

$f_1 = \frac{v_t}{\lambda_1} = \cancel{58.8 \text{ Hz}} \cdot \cancel{44.1 \text{ Hz}} 58.8 \text{ Hz}$

$f_e = 62.67 \text{ Hz}$

| 3. | N | $f_c / \text{Hz}$ | $f_e / \text{Hz}$ | $ \frac{\Delta f}{f_{c,e}}  \%$ | $v_c$ | $v_e$ | $ \frac{\Delta v}{v_{c,e}}  \%$ |
|----|---|-------------------|-------------------|---------------------------------|-------|-------|---------------------------------|
|    | 1 | <del>58.8</del>   | 62.77             |                                 |       |       |                                 |
|    | 2 | 117.7             | 127.4             |                                 |       |       |                                 |
|    | 3 | 176.5             | 189.9             |                                 |       |       |                                 |
|    | 4 | 235.3             | 253.9             |                                 |       |       |                                 |
|    | 5 | 294.1             | 324.9             |                                 |       |       |                                 |

姓名

学号

星期 第 组

页码 /

4. f-T.

| T/N   | $f_c/\text{Hz}$ | $f_e/\text{Hz}$        | $\left \frac{\Delta f}{f_{e0}}\right \%$ | $v_c/\text{m/s}$ | $v_e/\text{m/s}$ | $\left \frac{\Delta v}{v_{e0}}\right \%$ |
|-------|-----------------|------------------------|--|------------------|------------------|--|
| 9.801 | 33.96           | 37.96                  |  |                  |                  |  |
| 19.60 | 48.03           | <del>54.19</del> 52.47 |  |                  |                  |  |
| 29.40 | 58.83           | <del>59.85</del> 63.12 |  |                  |                  |  |
| 39.20 | 67.93           | 74.78                  |  |                  |                  |  |
| 49.01 | 75.95           | 83.12                  |  |                  |                  |  |

5. f-L.

| L/cm                 | $f_c/\text{Hz}$        | $f_e/\text{Hz}$  | $\left \frac{\Delta f}{f_{e0}}\right \%$ | $v_c/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ | $v_e/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ | $\left \frac{\Delta v}{v_{e0}}\right \%$ |
|----------------------|------------------------|------------------|--|----------------------------------|----------------------------------|--|
| 40.00                | <del>68.62</del> 88.24 | <del>95.74</del> |  |                                  |                                  |  |
| 47.5                 | <del>77.77</del> 74.31 | <del>80.81</del> |  |                                  |                                  |  |
| <del>55.0</del> 55.0 | <del>82.66</del> 64.18 | 69.45            |  |                                  |                                  |  |
| <del>62.5</del> 62.5 | <del>88.77</del> 56.48 | 60.81            |  |                                  |                                  |  |
| 70.0                 | <del>95.90</del> 50.42 | 54.82            |  |                                  |                                  |  |

2024.3.8